



FIMPES®

REVISTA DE INVESTIGACIÓN FIMPES: MAYOR CALIDAD, MEJOR FUTURO

El ábaco Nepohualtzintzin como material didáctico para los cálculos aritméticos, caso en el bachillerato universitario

The abacus Nepohualtzintzin as didactic material for arithmetic calculations, case in the university baccalaureate

María del Socorro Rivera Casales

Centro de Estudios Superiores de Educación
Universidad Nacional Autónoma de México
Tecnológico Nacional de México

Nadia Gil Ruiz

Centro de Estudios Superiores de Educación

Recibido / Received 26/05/2023

Aceptado / Accepted 14/06/2023

Resumen

La presente investigación educativa tiene por objetivo general diseñar una propuesta de enseñanza-aprendizaje frente a grupo, identificando los elementos teóricos, metodológicos y las herramientas para utilizar el ábaco Nepohualtzintzin como material didáctico, en relación con los cálculos aritméticos en un estudio de caso de un alumno en la Escuela Nacional Preparatoria (ENP). Es un estudio de enfoque cualitativo, con un diseño de investigación no experimental transversal, donde se obtiene datos en un momento específico; delimitando por cortes de tiempo. Los resultados obtenidos en el estudio de caso del estudiante seleccionado muestran que el alumno con el ábaco logró a través de la exploración, consiguió con autonomía y motivación, resolver distintos problemas. Logró realizar un ejercicio de jerarquía de operaciones con signos de agrupación adaptando el ábaco Nepohualtzintzin, una recomendación importante es que el alumno debe de dominar la solución de su ejercicio para adaptarlo al ábaco y no presentar limitaciones en su aprendizaje, la originalidad de este trabajo reside en destacar una herramienta didáctica mesoamericana, se concluye que se logra llegar a un aprendizaje significativo por descubrimiento autónomo utilizando el ábaco Nepohualtzintzin.

Palabras clave: Aprendizaje significativo, cálculo, ábaco Nepohualtzintzin.

Abstract

The general objective of this educational research is to design a teaching-learning proposal in front of a group, identifying the theoretical, methodological elements and the tools to use the Nepohualtzintzin abacus as didactic material, in relation to arithmetic calculations in a case study of a student at the National Preparatory School (ENP). It is a qualitative study, with a cross-sectional non-experimental research design, where data are obtained at a specific time; Delimiting by time cuts. The results obtained in the case study of the selected student, achieved a significant learning by autonomous discovery by performing an exercise of hierarchy of operations with signs of grouping adapting the abacus Nepohualtzintzin, an important recommendation is that the student must master the solution of his exercise to be able to adapt it to the abacus and not present limitations in his learning, the originality of this work lies in highlighting a Mesoamerican didactic tool, it is concluded that it is possible to reach a significant learning by autonomous discovery using the abacus Nepohualtzintzin.

Keywords: Meaningful learning, calculus, abacus Nepohualtzintzin.

María del Socorro Rivera Casales. Maestra en Ciencias, especialidad matemática educativa (Cinvestav, IPN), Doctorado en Ciencias de la Educación (COLPOS), Estudiante de Posdoctorado en Educación (CESE), labora (ENP UNAM,TECNM). <https://orcid.org/0000-0001-7696-2271>

Nadia Gil Ruiz. Maestra y Doctora en Ciencias, especialidad matemática educativa (Cinvestav, IPN). Experta Universitaria en Administración de la Educación por la Universidad a Distancia de España. Posdoctorado en Gobernanza por la OEI y la Universidad de Alcalá de Henares, Labora en el Centro de Estudios Superiores en Educación, <https://orcid.org/my-orcid?orcid=0000-0003-3383-7897>

Introducción

La presente investigación tiene por objetivo general diseñar una propuesta de material didáctico identificando los elementos teóricos, metodológicos y las herramientas para utilizar el ábaco Nepohualtzintzin como material didáctico, en relación con los cálculos aritméticos en un estudio de caso de un alumno en la Escuela Nacional Preparatoria (ENP).

La hipótesis de la presente investigación, es realizar ejercicios de jerarquía de operaciones asociando el material didáctico para llegar a un aprendizaje significativo por descubrimiento autónomo, para la disminución del rezago existente en operaciones aritméticas en los estudiantes de la ENP.

La originalidad de este trabajo reside en destacar una herramienta didáctica mesoamericana, el ábaco Nepohualtzintzin. El problema de investigación está centralmente referido a la enseñanza y aprendizaje, es decir, el estudio de caso, además de analizar problemas aritméticos a partir de la realidad actual, permite deliberadamente promover la “reconstrucción mental de dicha realidad”.

La pregunta central de la investigación es: ¿Cuáles son los elementos, teóricos, metodológicos y las herramientas necesarias para solucionar ejercicios, utilizando el ábaco Nepohualtzintzin como material didáctico para los cálculos aritméticos (etnomatemática)?

La propuesta de enseñanza y aprendizaje, utilizando el ábaco Nepohualtzintzin en la ENP, en la que el alumno realiza actividades para desarrollar un aprendizaje significativo, reforzará los conocimientos de forma visual y táctil. El profesor fomenta una clase dinámica utilizando el ábaco.

El presente proyecto de investigación se realizó en la Escuela Nacional Preparatoria Plantel No. 2 “Erasmus Castellanos Quinto”, de la Universidad Nacional Autónoma de México, con una muestra de 41 alumnos del grupo 409, durante el ciclo escolar 2022-2023, la delimitación del estudio de caso es elegir un estudiante, para su análisis de tipo de aprendizaje.

Es importante mencionar la problemática de rezago existente en el aprendizaje de los cálculos aritméticos en los estudiantes de educación media superior es una preocupación común en muchos sistemas educativos. Este rezago puede manifestarse de diversas formas,

como dificultades para sumar, restar, multiplicar o dividir, problemas para comprender conceptos numéricos básicos o falta de habilidades para resolver problemas matemáticos, esto da como resultado un alto índice de reprobación. Factores como la falta de interés de los alumnos y el escaso apoyo en casa, coadyuvan a acrecentar el problema, los docentes de niveles posteriores siempre tienen una queja de una falta de dominio de conceptos básicos por parte de los estudiantes.

Estado del arte

El rezago educativo es un aplazamiento de conceptos básicos que debe tener cada estudiante para cursar el siguiente nivel escolarizado. Se le atribuye a un conjunto de factores externos a los sistemas escolares, que se deriva de una problemática existente en la sociedad inmersa en la cada cultura y país. El rezago, en general, se aplica a casos donde su nivel educativo cae por debajo del nivel de sus habilidades generales (Barton 1947, citado por Mangal, S. K., & Mangal, S. 2019).

De acuerdo con Coleman et al. (1966) “este término se utiliza con el propósito de identificar la problemática que tienen los diferentes sistemas educacionales en la determinación del aprovechamiento académico de los estudiantes”. El estudio se conoce con el nombre de “Reporte Coleman” donde se observa en sus análisis que las escuelas desempeñan un papel meramente pasivo en la determinación del rendimiento de sus alumnos.

El conteo desempeña un papel crucial en el aprendizaje de las operaciones aritméticas al establecer una base numérica, desarrollar la comprensión de los números y su relación, fomentar el concepto de cardinalidad, ayudar en la resolución de problemas y consolidar habilidades matemáticas fundamentales. Es una habilidad fundamental que sienta las bases para el éxito en matemáticas. Baroody (1988) no consideró al número un concepto que se adquiere, sino como la consecuencia de la evolución de experiencias de conteo, por lo tanto, éste es fundamental para la comprensión del número.

Basado en la teoría cognitiva, sostiene que los niños llegan a la escuela con una gran cantidad de conocimientos informales aprendidos por la familia, los amigos, la televisión y en juegos. A estos conocimientos, en particular numéricos, se les conoce como matemática informal. Esto da paso intermedio entre el conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y el impartido en la escuela, basado en símbolos abstractos. Por lo tanto, la

matemática informal es fundamental para el dominio de técnicas básicas y poder enfrentarse con éxito a la matemática formal y más avanzada.

Históricamente las aportaciones de la Comisión Europea (2004), Delors (1996), Farstad (2004), Flores-Crespo (2006), plantean el significado que le dan los aprendizajes básicos para la vida y sobre cuáles son. Además, las investigaciones surgen de distintas disciplinas teóricas, como la educativa, la psicológica, la ética y la ciudadanía, que nos aportan una definición de estudio de aprendizajes para la vida, conocimientos, habilidades, valores, actitudes que todos los individuos necesitan para construir su identidad, lograr su realización y desarrollo personal, de cualquier nivel educativo, proyectar un futuro mejor; desarrollar relaciones armónicas, para participar eficazmente en los ámbitos personal, social, profesional y político; enfrentar exitosamente los desafíos de la vida diaria y a las situaciones excepcionales; comprender el mundo para influir en él y transformarlo.

El aprendizaje por descubrimiento autónomo promueve la exploración, la experimentación y el razonamiento crítico. Los estudiantes se enfrentan a situaciones o problemas desafiantes y se les anima a buscar soluciones por sí mismos, utilizando sus habilidades de investigación y pensamiento crítico. Este enfoque fomenta la creatividad, la resolución de problemas y el pensamiento independiente.

Este enfoque de aprendizaje tiene varios beneficios, como promover la motivación intrínseca de los estudiantes, fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas, desarrollar habilidades de investigación y promover la retención a largo plazo del conocimiento. Sin embargo, también requiere un alto nivel de autonomía y autorregulación por parte de los estudiantes, así como un apoyo adecuado por parte de los educadores para garantizar un aprendizaje efectivo y significativo.

David Ausubel (1976) afirma que dentro del aprendizaje significativo el estudiante debe relacionar de manera primordial la nueva información con sus conocimientos y experiencias previas. Se requiere de mucha disposición del estudiante para aprender significativamente y la mediación del docente en esa dirección. Por otro lado, es muy importante la forma en que se plantean los materiales de estudio y las experiencias educativas. Si se llega al aprendizaje significativo, se transforma la repetición memorística de resolución de problemas y se

logra construir un significado en cada tema abordado por el docente, dando sentido a lo aprendido, así como entender su ámbito de aplicación y relevancia en situaciones reales académicas y cotidianas.

Hasta ahora se ha insistido en la continuidad que existe entre el modo y la forma con la que se adquieren los conocimientos en relación con las posibles situaciones de aprendizaje escolar, en las categorías se ejemplificaran las dimensiones de aprendizajes intelectuales, memorísticos y significativos.

De acuerdo con Díaz-Barriga (2010) los tipos de aprendizajes son:

a) Significativo:

- Receptivo. Relaciones entre conceptos
- Por descubrimiento guiado. Instrucción bien diseñada
- Por descubrimiento autónomo. Investigación científica

b) Memorístico:

- Receptivo. Algoritmos matemáticos
- Por descubrimiento guiado. Aplicación de formulas
- Por descubrimiento autónomo. Solución de acertijos

El término ábaco procede del griego abax o abakon, que significa ‘superficie plana’ o ‘tabla cubierta de polvo’. En un principio utilizaban fichas o pequeñas piedras (calculi) sobre una mesa o una bandeja plana en la cual separaban zonas diferentes, correspondientes a órdenes de unidades, utilizando líneas que marcaban con polvo (López, 2008, p. 153).

2.1 Descripción del ábaco Nepohualtzintzin, una adaptación al sistema decimal

El ábaco es una herramienta didáctica idónea para cálculos aritméticos. Es una de las herramientas didácticas más antiguas, que permite manipular y visualizar de forma clara los números por conteo, así como entender la estructura de las unidades, decenas y centenas. Sumar, restar, multiplicar, dividir, etc., son algunas de las principales operaciones que se pueden efectuar con este instrumento.

La estructura del ábaco es la siguiente: tiene una sección de cuatro cuentecitas, una barra central y otra sección de tres cuentas. La sección que tiene cuatro cuentas equivale al modelo de los cuatro dedos de la mano, menos uno, el pulgar, ya que la mano completa está simbolizada en las cuentas de la sección de tres cuentas, donde cada una tiene el valor de una mano, es decir, cinco. El Nepohualtzintzin cuenta con 13 columnas, lí-

neas o ejes verticales, cada una representa las articulaciones mayores del cuerpo: dos tobillos, dos rodillas, dos ingles, dos muñecas, dos codos, dos hombros y el cuello (Soto, 2014); se muestra en la Figura 1.

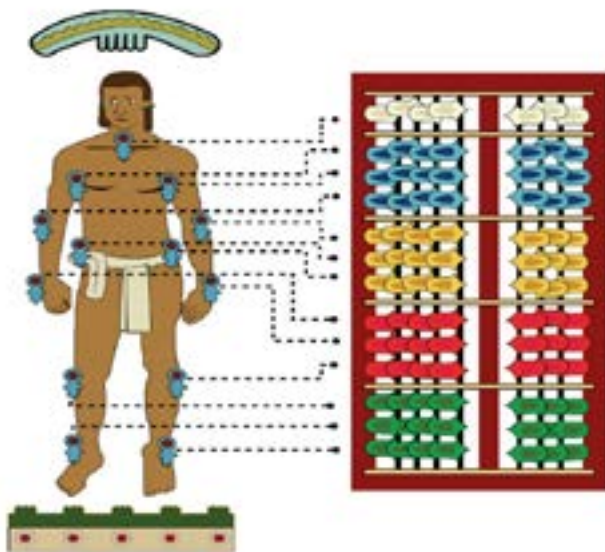


Figura 1 Descripción del ábaco Nepohualtzintzin
Fuente: Rivera-Casales, Mendoza-Rivera & Cárdenas-Mendoza (2021)

Método

Es un estudio de enfoque cualitativo, con un diseño de investigación no experimental transversal, donde se obtiene datos en un momento específico; delimitando por cortes de tiempo, el escenario para la toma de datos fue clase frente a grupo para alumnos de la Escuela Nacional Preparatoria sobre el uso de ábaco Nepohualtzintzin, donde se realizaron ejercicios aritméticos adaptando el ábaco en sus resoluciones de cada ejercicio, para lograr ver el tipo de aprendizaje empleado.

Resultados

Se presenta un estudio de caso de un estudiante de la Escuela Nacional Preparatoria del grupo 409, donde se adaptó el ábaco Nepohualtzintzin con ejercicio de jerarquía de operaciones con signos de agrupación.

1. El estudiante resuelve el ejercicio de la manera tradicional

MULTIPLICACIÓN CON SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Problema
 $-6+ \{3- [4-2 (4-7)]\}$

PASO 1: Resolví la operación que está dentro de todos los paréntesis.

Solución:
 $-6+ \{3- [4-2 (4-7)]\}$
 $-6+ \{3- [4-2 (-3)]\}$
 $-6+ \{3- [4+6]\}$
 $-6+ \{3-10\}$
 $-6+ (-7)$
 $-6-7$
 -13

PASO 2: Al resolver las operaciones ubicadas dentro de todos los paréntesis, este se elimina.

PASO 3: Se debe repetir este paso hasta que no quede ninguno de los paréntesis y así poder realizar la suma o resta que se indique.

Tabla 1 Multiplicación con signos de agrupación
Fuente: Elaboración propia

2. Se muestran los pasos de adaptación del ábaco Nepohualtzintzin al sistema de decimal y al ejercicio de jerarquía de operaciones con signos de agrupación (se presenta el ejercicio sin modificaciones y tal como lo realizó el estudiante). Se observa un aprendizaje significativo por descubrimiento autónomo:

Ubicaremos los lados positivo y negativo de la siguiente manera:



Como primer paso, para llegar a nuestro resultado, realizaremos la operación que está entre los paréntesis:

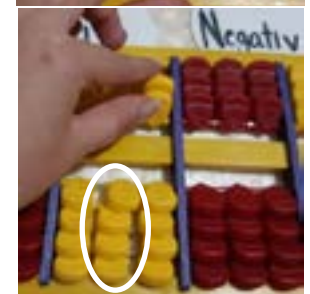
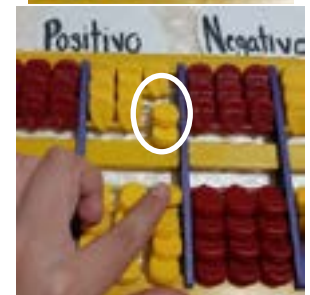
(4-7)

Se coloca el número 4 y posteriormente se le restan 7, quedando como resultado -3:



Si no hay para agregar 4 unidades, se coloca una de 5 y se quita una unidad.

Recordemos que dos "semillas" de cinco (las encerradas en azul) deben convertirse en una de diez (las encerradas en rojo)



Nos da 10 como resultado

La siguiente operación es: $\{3- [4+6]\}$. Ya sabemos que tenemos como respuesta 10 entre los corchetes y siguiendo La Ley de los Signos, + por - es igual a menos; de tal forma que la operación queda de la siguiente manera:
 $\{3-10\}$



De tal manera que el diez que antes teníamos como positivo, lo pasamos a negativo:



Como siguiente paso, a -10 le sumaremos +3:



Obtenemos como resultado -7



Al platicar con el alumno, mencionó que le gustó realizar el ejercicio adaptando el ábaco Nepohualtzintzin, fue un desafío para él pensar cómo resolvería. Expresó que él solo fue solucionando, es decir no necesitó instrucciones directas del coordinador, con la manipulación del ábaco encontraba respuestas. Además, que fue un reto que lo mantuvo interesado, en sus palabras “son acertijos”. El ábaco es una herramienta que permite la exploración, permite hacer cálculos, observar el resultado y nuevamente emprender los procesos, “pude tomar decisiones de cómo abordar los acertijos”.

Conclusiones

Es necesario en la enseñanza y aprendizaje, una buena organización de los docentes e investigadores buscando estrategias diferentes, secuencias fundamentadas, materiales didácticos (digitales o manuales), situaciones didácticas novedosas, para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, motivando a los alumnos a realizar actividades diferentes a las acostumbradas. De esta manera coadyuvar a reducir el rezago y fortalecer el razonamiento lógico-matemático que apoya el desarrollo de capacidades cerebrales a través de la conexión mente-cuerpo por medio del movimiento y llegar a aprendizajes significativos. Los estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria, tiene un aprendizaje continuo y cotidiano en las aulas, los pasillos, el trato con los maestros, compañeros y amigos, pero no siempre están conscientes de lo que han aprendido.

Se logró diseñar una propuesta de enseñanza y aprendizaje utilizando el material didáctico el ábaco Nepohualtzintzin, resolviendo ejercicios de jerarquía de operaciones, dominando sus soluciones para poder adaptarlas al ábaco y llegar a encontrar un significado en las operaciones, se observó que para el alumno fue original y desafiante este trabajo, concluye que le gustó hacerlo y estuvo motivado. El estudiante valoró las actividades extracurriculares, entendidas como desafíos para fortalecer el aprecio a las matemáticas, compartir con sus compañeros sus ideas y formas de realizar el ejercicio asignado, y fortalecer su identidad como mexicanos.

Agradecimientos

Se extiende un agradecimiento a todos los que hicieron posible esta investigación: institución, alumnos, profesores, investigadores y a la revista.

Un agradecimiento especial a los lectores. ●

Referencias

- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa*. Editorial Trillas. México
- Baroody, A.J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Edit. Visor. Madrid, España.
- Coleman, J., Campbell, E., Hobson, C., McPartland, J., Mood, A., Weinfeld, F., &
- Comisión Europea (2004) *Educación y Formación 2010, Competencias Clave para un Aprendizaje a lo largo de la vida, un marco de referencia europeo*, Comisión Europea, Dirección General de Educación y Cultura.
- Delors J. (1996) *La educación encierra un Tesoro*, México, Ediciones UNESCO
- Díaz-Barriga, F. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Editorial McGraw-Hill.
- Farstad, H. (2004) *Las competencias para la vida y sus repercusiones en la educación*, Documento de apoyo en el Taller de Calidad de la educación y competencias para la vida de la 47a reunión de la Conferencia Internacional de Educación de la UNESCO,
- Flores-Crespo, P. (2006) *Los retos de México en el futuro de la Educación*, México, Consejo de Especialistas para la Educación.
- López, S. (2008). *Ábaco*. Revista Unión, 14, 153-156.
- Rivera-Casales, M. S., Mendoza-Rivera, R. J., & Cárdenas-Mendoza, A. . (2021). Propuesta de secuencia didáctica utilizando el ábaco Nepohualtzintzin para los cálculos aritméticos. *RECIE. Revista Caribeña De Investigación Educativa*, 5(2), 7–22. <https://doi.org/10.32541/recie.2021.v5i2.pp7-22>
- Mangal, S. K., & Mangal, S. (2019). *Childhood and Growing Up*. Delhi: PHI Learning Private Limited.
- Soto C. (2014). *Manual de Uso y Ejercicios Nepohualtzintzin*. Registro no. 03-2014-090511245900-01. México.
- Vázquez, M. (2010). *Materiales didácticos para matemáticas*. Revista Eroski Consumer. España.