



FIMPES®

REVISTA DE INVESTIGACIÓN FIMPES:
MAYOR CALIDAD, MEJOR FUTURO

Comprensión de ideas fundamentales de estocásticos: Un estudio exploratorio en el bachillerato universitario

Understanding fundamental ideas of stochastics: An exploratory study in the university baccalaureate

María del Socorro Rivera Casales
UNAM, TECNM

Ricardo Jacob Mendoza Rivera
Instituto Politécnico Nacional

Recibido / Received 07/12/2022

Aceptado / Accepted 03/01/2023

Resumen

La presente investigación, de orden cualitativo (Eisner, 1998), concierne a la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975) de estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria, donde se imparte Estadística y Probabilidad hasta 6° grado como materia optativa y con carácter teórico. La investigación sigue los lineamientos de la célula de análisis (Ojeda, 2006). Organizada en tres etapas. La primera etapa (documental), documental, analizó lo propuesta institucionalmente para la enseñanza de la estadística y probabilidad en el 6° grado de bachillerato universitario. La segunda etapa (indagación), consistió en gestión para la constitución del aula y el diseño de los cuestionarios incluyó una exploración de las condiciones en las que se desarrollaría la enseñanza. La tercera etapa (análisis). Se observó que los alumnos no leen las instrucciones u observaciones que se les indican y ésta es también una limitante para no realizar bien los ejercicios. Con respecto a los cuestionarios aplicados y a las entrevistas, estos métodos sólo suministraron respuestas restringidas a las situaciones planteadas.

Palabras clave: cuestionario exploratorio, comprensión, ideas fundamentales de estocásticos, análisis

Abstract

The present research, of qualitative order (Eisner, 1998), concerns the understanding of fundamental ideas of stochastic (Heitele, 1975) of students of the National High School, where Statistics and Probability are taught up to 6 grade as optional subject and theoretical. The research follows the guidelines of the analysis cell (Ojeda, 2006). Organized in three stages. The first stage (documentary), documentary, analyzed the institutionally proposed for the teaching of statistics and probability in the 6 grade of university baccalaureate. The second stage (inquiry), consisted in management for the constitution of the classroom and the design of the questionnaires included an exploration of the conditions in which the teaching would develop. The third stage (analysis). It was observed that the students do not read the instructions or observations that are indicated to them and this is also a limitation to not perform well the exercises. With regard to the questionnaires applied and the interviews, these methods only provided responses restricted to the situations raised.

Key words: *exploratory questionnaire, comprehension, fundamental ideas of stochastics, analysis*

María del Socorro Rivera Casales: UNAM, TECNM, Doctorado en Ciencias de la Educación (Colpos). <https://orcid.org/0000-0001-7696-2271> socorro.rivera@enp.unam.mx

Ricardo Jacob Mendoza Rivera: Instituto Politécnico Nacional. <https://orcid.org/0000-0003-2669-9860> ricardo.mendoza.ipn@gmail.com

Introducción:

Partimos de la idea que mediante análisis del cuestionario exploratorio se puede propiciar el desarrollo de nociones de azar, de probabilidad y del enfoque frecuencial. Las actividades está pensado para trabajar con estudiantes del bachillerato (17-18 años), a los cuales se les presentarán reactivos que les favorezcan el desarrollo del pensamiento probabilístico; además se considera que la probabilidad es importante en la toma de decisiones en la vida cotidiana, pero también es importante que se reconozca al Azar como una posibilidad para la toma de decisiones a partir de nociones matemáticas que permitan predecir o estimar la probabilidad de un suceso. Los reactivos se analizaron bajo los criterios (Ojeda, 2006).

La presentación de la propuesta institucional señala que:

*... la enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Nacional Preparatoria presenta, a través de este programa, cambios significativos en la estructura y secuencia de los contenidos y principalmente en su enfoque metodológico, pues se orienta hacia un aprendizaje basado en la solución de problemas. Por medio de los contenidos propuestos, el alumno ahora conocerá, comprenderá y aplicará la estadística descriptiva, la simbología de los conjuntos, y el concepto de probabilidad en el planteamiento de problemas que se resuelven aplicando los conocimientos ya enunciados. La aplicación de este método privilegia el trabajo en el aula, ya que el profesor identificará con el grupo problemas tipo, posibles de resolver con el paradigma en cuestión.
(Programa de estudios de ENP 2017, clave 1712).*

El método propuesto para el bachillerato universitario parte del planteamiento de problemas simples que irán aumentando su complejidad en el tratamiento de un mismo tema; para cada problema el profesor establecerá mecanismos de análisis de los componentes conceptuales y operativos del problema en cuestión, a fin de que el alumno, en lo posible, lo interprete. Este método se basa en la identificación de sus elementos y las relaciones entre ellos para, finalmente, arribar a posibilidades de solución y de interpretación. Por tanto, el método tiende a constituirse en una etapa intermedia en el tránsito de una enseñanza lineal y algorítmica a una enseñanza de construcción. Para evaluar los alcances

de este método de trabajo es necesario que el profesor, luego del planteamiento y análisis de problemas y procedimientos de solución con el grupo, asesore en clase la parte de la ejecución y proporcione la realimentación pertinente al alumno.

El cuestionario exploratorio se diseño con el propósito de tener evidencias de la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos de los estudiantes en la enseñanza.

Objetivo general

El objetivo general perseguido con la aplicación del cuestionario exploratorio es obtener información acerca de las nociones de comprensión de los estudiantes de ideas fundamentales de estocásticos la enseñanza.

Estado del Arte

El trabajo presenta como sustento teórico tres elementos importantes: Elemento epistemológico, considera la propuesta de Heitele (1975) para la formación de conceptos estocásticos resultantes de una enseñanza organizada por un currículum en espiral, que parta del plano intuitivo y arribe al plano formal, y guiada por las ideas fundamentales de esos conceptos; apoya su tránsito en la relación modelo y realidad, con la pretensión de que el alumno pueda desarrollar un pensamiento científico sustentado en la cotidianeidad. El autor propone las ideas fundamentales:

Medida de probabilidad	Equiprobabilidad y simetría
Espacio muestra	Variable aleatoria
Adición de probabilidades	Modelo de urna y simulación
Regla del producto e independencia	Ley de los grandes números
Combinatoria	Muestra

(Ojeda, 2007, pág. 13)

También se considera el trabajo de Piaget e Inhelder (1951), para el desarrollo de la idea de azar en el niño. Para ello, los autores consideraron importante la concepción de la mezcla aleatoria como irreversible y progresiva. Esto significaría el reconocimiento de la reversibilidad de las operaciones y la comprensión de lo que es el azar. Para describir el desarrollo de la concepción de mezcla aleatoria en el niño Piaget describe tres estadios: el de operaciones preconcretas (4-7 años), el de

operaciones concretas (8-10 años), el de operaciones formales (11 años en adelante).

Los elementos cognitivos que se consideran son: la intuición probabilística, según Fischbein (1975) las intuiciones son el conocimiento inmediato derivado de la experiencia; clasifica las intuiciones en primarias, adquisición cognitiva derivada de la experiencia del individuo, y secundarias definidas como adquisiciones cognitivas formadas por educación científica. Respecto al elemento social, consideramos de importante los recursos semióticos, en particular nos apoyamos en materiales concretos.

Frawley plantea que la experiencia subjetiva se presenta en tres formas:

1. El primer tipo de subjetividad es el procesamiento no consciente, “el procesamiento no consciente funciona como un reflejo” (Frawley, p. 156). En el caso particular de los sujetos (estudiantes), el procesamiento no consciente se da cuando éstos dan una respuesta de manera rápida (contestación automática).
2. El segundo tipo de subjetividad es la conciencia. En otras palabras, es la toma de conciencia de los resultados derivados del procesamiento no consciente. Más específicamente, “está ocurre cuando un sujeto parece estar interpretando sobre la experiencia”.
3. El tercer tipo de subjetividad es la metac conciencia, en términos de Frawley “la toma de conciencia y la organización deliberada de la experiencia, o más simplemente, ... es la llamada explícita a la mente”. En otros términos es la conciencia de la experiencia; ésta cobra importancia ya que es la que establece el diálogo interno a través del habla privada o lenguaje para el pensamiento.

Resumiendo lo anterior, Frawley (1999) argumenta que: “El procesamiento no consciente, la conciencia, y la metac conciencia se sitúan a lo largo de lo que los lingüistas denominan una jerarquía de implicación, una serie de conceptos... la autonomía de cada elemento de la serie se extiende incrementándose continuamente hacia arriba” (p. 159).

Método

La presente investigación, de orden cualitativo (Eisner, 1998), concierne a la comprensión de ideas fundamen-

tales de estocásticos (Heitele, 1975) de estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria, donde se imparte Estadística y Probabilidad hasta 6° grado como materia optativa y con carácter teórico, para las áreas: I Ciencias Físico Matemáticas e Ingenierías, II Ciencias Biológicas y de la Salud, III Ciencias Sociales, IV Humanidades y Artes.

Resultados y Conclusiones

Pasos para elección de reactivos:

1. Elección de ejercicios y problemas determinados por la propuesta institucional y el apoyo de algún libro de texto.
2. Dada la selección de los ejercicios y problemas, se procede a resolverlos de una manera individual y con posibles respuestas del estudiante, dado la experiencia de cada profesor.
3. Se procede a realizar reactivos de diferentes formas a partir de un ejercicio o problema.

Análisis de un reactivo

Criterios de análisis: El análisis de cada reactivo se efectuará mediante; la célula de análisis (Ojeda, 2006), el triángulo epistemológico (Steinbring, 1991), las etapas de subjetividad (Frawley, 1999) y por el tipo de conocimiento (Pollatsek, 1981), para poder ver la comprensión que tienen los estudiantes de ideas fundamentales de estocásticos.

Se presenta el análisis de un reactivo del cuestionario exploratorio:

Reactivos 1”A” y 10”B””: Andrea, Beatriz, Caro y Daniela se citan en una cafetería. Las cuatro amigas llegaron a la cita de una en una. Determinar todos los ordenamientos posibles en que pudieron haber llegado (Johnson, 2003).

Considerando las etapas de subjetividad que señala Frawley 1999 (ver págs. 155-158), el 37.20% (16 estudiantes) que contestaron correctamente el cuestionario exploratorio, cuya justificación no es congruente, podría ser ubicado en la etapa del procesamiento no consciente y el 62.20% (27 estudiantes) que no resolvieron correctamente el cuestionario exploratorio, se ubican en el procesamiento no consciente.

La situación misma (el objeto) y el modelo estocástico (símbolo) no son suficientes para explicar conceptos

Características	Cuestionario exploratorio; versión "A" reactivo 1, versión "B" reactivo 10.
Antecedente	Primer grado; Bloque 1, 1.8, pág. 3, (SEP, 2020)
Contenido	Principio fundamental de conteo
Propósito	Relación con la Unidad III, (UNAM, 2017), aplicación para área II, área III y área IV
Situación que se plantea	Ordenamientos posibles en que pudieron haber llegado
Términos para referirse a estocásticos	Ordenamientos posibles
Ideas de estocásticos por identificar	Espacio muestra Combinatoria Independencia
Otros contenidos matemáticos	Números naturales, operaciones aritméticas
Formas para representar situaciones y datos	Lengua natural, expresiones matemáticas (fórmulas), gráficos (diagrama de árbol)

Tabla 1. Análisis de los reactivos 1"A" y 10"B"
Fuente: Elaboración propia

probabilísticas, sino que es necesario la relación entre ambos para que el sujeto desarrolle la idea de azar y de probabilidad. Esta relación es explicada por Steinbring 1991 (pág.4) con el triángulo epistemológico en donde cada vértice corresponde, respectivamente, a objeto, signo y concepto, los estudiantes en sus respuestas juegan mucho entre los vértices del objeto y el signo.

Por sus tipos de respuestas tienen un conocimiento analógico Pollatsek 1981 (pág. 11), expresado en imágenes visuales o kinestésicas (las graficas puestas en ciertos reactivos), diagramas (diagrama de árbol), tablas o figuras y no llegan a un nivel de abstracción del concepto.

Del análisis del cuestionario exploratorio, se finaliza que no existe comprensión de los estudiantes de ideas fundamentales de estocásticos, solo identifican un conocimiento analógico.

Se presentan resultados de análisis de un reactivo: Respuestas de los estudiantes al reactivos 1"A" y 10"B" (43 estudiantes, 6 de área I, 8 de área II, 28 de área III, 1 de área IV), las ideas fundamentales de esto-

cásticos más identificadas es la de combinatoria e independencia, las respuestas satisfactorias de los estudiantes es del 85.71% de los estudiantes, 36 de 43.

Dependiendo de sus respuestas en el reactivo por áreas de conocimiento se obtuvo:

- Para el área I; identificaron el 83.33% las ideas fundamentales de estocásticos planteadas en el reactivo, 5 estudiantes de 6.
- Para el área II; identificaron el 75% las ideas las ideas fundamentales de estocásticos planteadas en el reactivo, 6 estudiantes de 8.
- Para el área III; identificaron el 85.71% las ideas fundamentales de estocásticos planteadas en el reactivo, 24 estudiantes de 28.
- Para el área IV; identificaron el 100% las ideas fundamentales de estocásticos planteadas en el reactivo, 1 estudiante de 1.

Por sus respuesta de los estudiantes para este reactivo; área III y el área IV tiene más repuestas correctas, siguiendo el área I y el área II que tuvo menos respuestas correctas, revelan los estudiantes una identificación del objeto, signo pero no del concepto, y existe una comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos de combinatoria e independencia, es un reactivo fácil para su solución.

Se presentan las respuestas de un estudiante con entrevistas:

En los pasajes citados, "E" denota el entrevistador y "A" al estudiante entrevistado de Área I Ciencias Físico Matemática e Ingeniería.

Reactivos 10"B": Andrea, Beatriz, Caro y Daniela se citan en una cafetería. Las cuatro amigas llegaron a la cita de una en una. Determinar todos los ordenamientos posibles en que pudieron haber llegado.

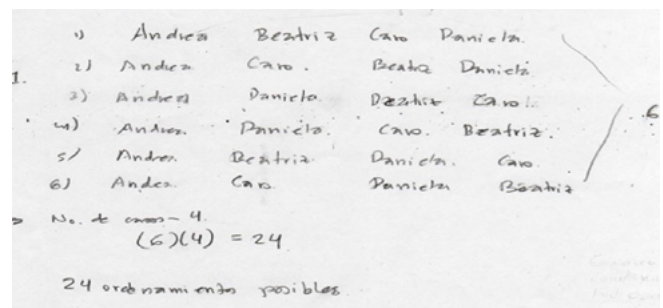


Figura 1.
Fuente: Elaboración propia

Características	Cuestionario exploratorio versión "B" reactivo 10.
Términos para referirse a estocásticos	Ordenamientos posibles(intervención 111)
Ideas de estocásticos por identificar	Espacio muestra (intervención 2) Combinatoria(intervención 111) Independencia(intervención 111)
Otros contenidos matemáticos	Números naturales(intervención 111) Operaciones aritméticas(intervención 111)
Formas para representar situaciones y datos	Lengua natural(intervención 109 y 111) Gráficos (ordenamiento)(intervención 111)

Tabla 2. Análisis de las respuestas de la entrevista del estudiante "A" al reactivo 10"B"

Fuente: Elaboración propia

Se concluye que el triángulo epistemológico identifica sus tres vértices, la etapa de subjetividad del estudiante es la conciente ya que sus respuestas son justificadas y presenta un tipo de conocimiento de cálculo por que da sentido a sus resultados numéricos, tiene una comprensión de la ideas fundamentales de espacio, combinatoria e independencia.

Se observó que los alumnos no leen las instrucciones u observaciones que se les indican y ésta es también una limitante para no realizar bien los ejercicios. Con respecto a los cuestionarios aplicados y a las entrevistas, estos métodos sólo suministraron respuestas restringidas a las situaciones planteadas.

Objeto

Espacio muestra
Combinatoria
Independencia

Signo

Simbología numérica
escrita por el estudiante



Concepto

Principio fundamental de conteo

Agradecimientos

Agradezco especialmente a la Universidad Nacional Autónoma de México, en particular a la Escuela Nacional Preparatoria, a la docente y a los estudiantes participantes, por su colaboración y apoyo mostrado en la realización de está investigación, a las instituciones que me formaron para ser una investigadora, IPN, CINVESTAV, COLPOS, a los lectores y a la revista de investigación FIMPES. ●

Figura 2. Ilustra la aplicación del triángulo epistemológico en el análisis de las respuestas del estudiante "A".

Fuente: Elaboración propia

Referencias

- Eisner, E. (1998). El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa. Ed. Piados Educar, No. 125, Barcelona, Buenos Aires.
- Fischbein, E. (1975), The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Reidel, Holanda.
- Frawley, W. (1999). Vygotsky y la ciencia cognitiva. Piados, Barcelona.
- Heitele, D. (1975). An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. Educational Studies in Mathematics. Reidel, Holand, 6(2), pp. 187-205.
- Johnson, K. (2003). Estadística Elemental (lo esencial). Thomson, México.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual (pp. 257-281). México: Santillana.
- Ojeda, A.M. (2007). Probabilidad y Estadística en Matemática Educativa. Seminario de Investigación. Documento interno. Manuscrito no publicado, Cinvestav - IPN, México, D.F., México.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant. PUF, Paris.
- Pollatsek, A., Lima, S. & Well, D. (1981). Concepto o cálculo: comprensión de la media en estudiantes. Educational Studies in Mathematics 12, págs.. 191-204, Reidle Publishing, Holanda. (Traducción de trabajo para uso interno: Ana María Ojeda Salazar, Seminario de Probabilidad y Estadística. DME, Cinvestav del IPN. México).
- Programa de estudios de la ENP (2017, clave 1712). Estadística y Probabilidad.
- SEP, (2020). Programa de estudios 2021. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. Dirección General de Desarrollo Curricular, que pertenece a la Subsecretaría de Educación Básica, México.
- Steinbring, H. (1991). The concept of chance in everyday teaching: aspects of a social epistemology of mathematical knowledge. Educational Studies in Mathematics, págs. 503-522, Kluwer Academic Publishers. Netherlands. (Trabajo para uso interno: Garnica, Ignacio y Ojeda, Ana María, Seminario de Probabilidad y Estadística, DME, Cinvestav del IPN, México).